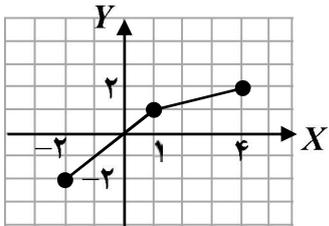


|   |  |                     |                                   |
|---|--|---------------------|-----------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:                                 | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱                                 | تعداد صفحه: ۲       | سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه                               | ساعت شروع: ۸ صبح   | رشته: ریاضی و فیزیک | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه      |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://ace.medu.ir | دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |                     |                                   |

|      |  |      |
|------|--|------|
| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سؤالات پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|--|------|

## الف) بخش الزامی

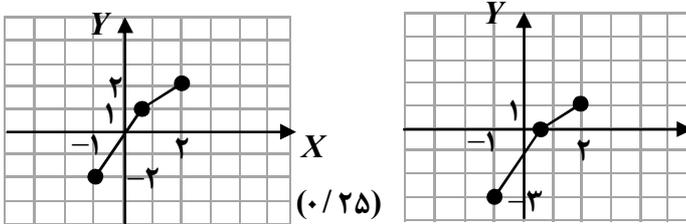
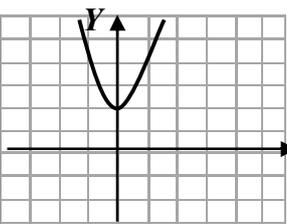
دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره) پاسخ دهید.

|                            |  |   |
|----------------------------|--|---|
| ۱                          | درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.<br>الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.<br>ب) اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود.<br>پ) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته نباشد آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر هم نیست.<br>ت) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$ . | ۱ |
| ۱                          | در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.<br>الف) دوره تناوب تابع $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ برابر با ..... است.<br>ب) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با ..... است.  | ۲ |
| ۱                          | با توجه به نمودار تابع $f$ که در شکل زیر آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.  | ۳ |
| ۱                          |   | ۴ |
| ۱                          | نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه ای اکیدا نزولی است؟  | ۵ |
| ۱                          | مقادیر $a, b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.  | ۶ |
| ۱                          | مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.   | ۷ |
| ۱/۵                        | معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.  | ۸ |
| ۲                          | حدود زیر را محاسبه کنید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$  |   |
| «ادامه سوالات در صفحه دوم» |  |   |

|  |  |                     |                                   |
|--|--|---------------------|-----------------------------------|
| نام و نام خانوادگی:  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱   | تعداد صفحه: ۲       | سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ |
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح   | رشته: ریاضی و فیزیک | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه      |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://ace.medu.ir  | دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹   |                     |                                   |
| نمره   | استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سوالات پاسخ نامه دارد)   |                     |                                   |
| ۰/۵  | نمودار تابع $f$ را به گونه ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد.<br>الف) $f(1) = f(-2) = 0$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ , $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$<br>پ) خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد. |                     |                                   |
| ۱/۵  | معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه $A(2, f(2))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.  |                     |                                   |
| ۳  | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)<br>الف) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}$ ب) $g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ پ) $h(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$  |                     |                                   |
| ۱/۵  | معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. در کدام لحظه در این بازه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط با هم برابرند؟   |                     |                                   |
| <b>ب) بخش انتخابی</b><br>دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره، از بین سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سوال را به دلخواه انتخاب و پاسخ دهید. |  |                     |                                   |
| ۲  | مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ را در صورت وجود به دست آورید.  |                     |                                   |
| ۲  | مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.   |                     |                                   |
| ۲  | جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را مشخص کنید.   |                     |                                   |
| ۲  | جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ را رسم کنید.   |                     |                                   |
| ۲۴   | جمع نمره موفق و سربلند باشید.  |                     |                                   |

|   |               |   |                             |
|---|---------------|---|-----------------------------|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه                               | تعداد صفحه: ۳ | رشته: ریاضی فیزیک                                   | راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱                        |               | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                        |                             |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |               | دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |                             |

|      |               |      |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

|     |   |              |                                   |  |                           |   |
|-----|---|--------------|-----------------------------------|--|---------------------------|---|
| ۱   | هر مورد (۰/۲۵) نمره   | (ت) نادرست   | (پ) درست                          | (ب) نادرست                                       | (الف) درست                | ۱ |
| ۱   | هر مورد (۰/۵) نمره  | مثال صفحه ۲۷ | (ب) ۱۹                            | مثال صفحه ۲۷                                     | $6\pi$ (الف)              | ۲ |
| ۱   |    | (۰/۲۵)       | (۰/۲۵)                            | $D_g = [-1, 2]$ (۰/۲۵)<br>$R_g = [-3, 1]$ (۰/۲۵) | مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲     | ۳ |
| ۱   |   | (۰/۵)        | اکیدا نزولی (۰/۲۵) $(-\infty, 0)$ | اکیدا صعودی (۰/۲۵) $(0, +\infty)$                | مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷ | ۴ |
| ۱   | $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow p(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b = -9$ (۰/۲۵)<br>$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p(-1) = 0 \rightarrow a - b = 0$ (۰/۲۵)<br>$a = -\frac{3}{2}$ (۰/۲۵), $b = -\frac{3}{2}$ (۰/۲۵)   |              | تمرین صفحه ۲۲                     |  |                           | ۵ |
| ۱   | $\begin{cases} \max y =  a  + c = 2 + 1 = 3 & (۰/۵) \\ \min y = - a  + c = -2 + 1 = -1 & (۰/۵) \end{cases}$   |              | تمرین صفحه ۳۳                     |  |                           | ۶ |
| ۱/۵ | $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$ (۰/۵) $\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} & (۰/۵) \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} & (۰/۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} & (۰/۵) \end{cases}$ |              | مثال ص ۳۹                         |  |                           | ۷ |
| ۲   | الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2}$ (۰/۵) = $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۵)<br>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2}$ (۰/۵) = $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = 0$ (۰/۵)  |              | کار در کلاس صفحه ۵۵               |  | کار در کلاس صفحه ۶۶       | ۸ |

|   |               |   |                             |
|---|---------------|---|-----------------------------|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه                               | تعداد صفحه: ۳ | رشته: ریاضی فیزیک                                   | راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱                        |               | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                        |                             |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |               | دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |                             |

|      |               |      |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

|     |  |                    |    |
|-----|--|--------------------|----|
| ۰/۵ | تمرین صفحه ۶۹  | رسم شکل (۰/۵) نمره | ۹  |
| ۱/۵ | $f'(x) = -2x + 10$ (۰/۲۵) , $f'(2) = 6$ (۰/۲۵) , $f(2) = 16$ (۰/۲۵)<br>$y - 16 = 6(x - 2)$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 6x + 4$ (۰/۲۵)   | مثال صفحه ۷۸       | ۱۰ |
| ۳   | $f'(x) = \frac{\overbrace{(2x-3)(-3x+2) - (-3)(x^2-3x+1)}^{(۰/۷۵)}}{\underbrace{(-3x+2)^2}_{(۰/۲۵)}}$ <p>الف) تمرین صفحه ۱۰۱</p> $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2+5) + \sqrt{x}(6x)$ <p>ب) کار در کلاس صفحه ۹۵</p> $h'(x) = 3 \times \underbrace{\sin^2 x \times \cos x}_{(۰/۵)} + 2 \cos x \times \underbrace{(-\sin x)}_{(۰/۵)}$ <p>پ) تمرین صفحه ۱۰۱</p> |                    | ۱۱ |
| ۱/۵ | $f(5) = 30$ , $f(0) = 10 \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$ (۰/۷۵)<br>$f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$ (۰/۷۵)  | تمرین صفحه ۱۰۹     | ۱۲ |
| ۲   | $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۵)      مجانب افقی<br>$x^2 - 4 = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow x = \pm 2$ (۰/۵)      مجانب های قائم   | تمرین صفحه ۶۹      | ۱۳ |
| ۲   | $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$ (۰/۷۵)<br>$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -2$ (۰/۷۵)<br>$f'_-(1) \neq f'_+(1)$ (۰/۵)      پس تابع مشتق پذیر نمی باشد                             | مثال صفحه ۸۶       | ۱۴ |

|   |               |   |                             |
|---|---------------|---|-----------------------------|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه                               | تعداد صفحه: ۳ | رشته: ریاضی فیزیک                                   | راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲ |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱                        |               | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                        |                             |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |               | دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |                             |

|      |               |      |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

|       |  |   |           |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
|-------|--|---|-----------|------|-----------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|----------------------------|----|
| ۲     | <p>نقطه عطف <math>f'(x) = 3x^2 + 6x</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow f''(x) = 6x + 6 = 0</math> (۰/۵) <math>\Rightarrow x = -1 \rightarrow (-1, 3)</math> (۰/۲۵)</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۲۹</p> <p>تقعر رو به بالا <math>(-1, +\infty)</math> (۰/۲۵)      تقعر رو به پایین <math>(-\infty, -1)</math> (۰/۲۵)</p> | $x$   | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ | $f''$ | $-$ | $0$ | $+$ | ۱۵  |     |           |     |                            |    |
| $x$   | $-\infty$  | $-1$  | $+\infty$ |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
| $f''$ | $-$  | $0$   | $+$       |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
| ۲     | <p><math>x = -1</math> م. قائم (۰/۲۵)<br/> <math>y = 1</math> م. افقی (۰/۲۵)<br/> <math>y' = \frac{2}{(x+1)^2} &gt; 0</math> (۰/۵)</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۴۲</p>                               | $x$   | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ | $f'$  | $+$ | $+$ | $+$ | $f$ | $1$ | $-\infty$ | $1$ | <p><math>x = -1</math></p> | ۱۶ |
| $x$   | $-\infty$  | $-1$  | $+\infty$ |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
| $f'$  | $+$  | $+$   | $+$       |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
| $f$   | $1$  | $-\infty$   | $1$       |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |
| ۲۴    | جمع نمره   | « همکاران گرامی لطفاً به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید. » |           |      |           |       |     |     |     |     |     |           |     |                            |    |